

## Das Grundprinzip von Poynting Anmerkungen zum Poynting-Vektor<sup>1</sup>

Teilweise vorgetragen auf der Sitzung des GAK 111.0.1 am 4. April 2006 in Freudenstadt<sup>2</sup>

### Vorbemerkungen

1. An der Definition des Poynting-Vektors ist nichts zu deuteln, sie lautet:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

2. Die zugehörige Maßeinheit  $\text{W/m}^2 = \text{VA/m}^2 = \text{J}/(\text{sm}^2)$  lässt vermuten, dass es sich hier um eine lokalisierbare, meßbare Energieflussdichte handelt. Das ist nicht unbedingt so, und es ergeben sich unterschiedliche Interpretationen dieses Vektors, die durch mannigfache Paradoxien (s. Fußnoten 6, 7 sowie [Gbur]) belegt werden.

3. Meiner Meinung nach ist der Poynting-Vektor eine reine Rechengröße, er vermittelt nur zwischen skalaren Größen, Leistungen bzw. Energien.

Der Poynting-Vektor ist keine direkt messbare Größe.

Bei statischen Feldern ließe er sich aus der Messung des lokalen elektrischen und magnetischen Feldes bestimmen, wobei die Messung eines statischen elektrischen Feldes nicht so ganz einfach ist.

Bei Wechselfeldern sind die Messungen von E und H relativ einfach und ohne große Störungen der herrschenden Felder möglich.

Bei elektromagnetischen Wellen insbesondere bei Strahlung werden anstatt des Poynting-Vektors andere Größen gemessen und ihm gleichgesetzt<sup>3</sup>, zum Beispiel:

- die Bestrahlungsstärke in  $\text{W/m}^2$
- die Strahlstärke in  $\text{W/sterad}$

Dennoch wird der Poynting-Vektor vielfach mit gutem Erfolg eingesetzt, z.B. bei der Berechnung von Antennen [Wie]. Er erweist sich als gutes Hilfsmittel, ähnlich wie die Konstruktion von Abbildungen mittels der Strahlenoptik.

3. Das **Grundprinzip von Poynting**<sup>4</sup> (1884) sagt aus, dass das Integral von  $S$  über eine Fläche  $A$ , die ein elektromagnetisches System (elektrische und magnetische Felder) umfasst, die Leistung d.h. die Energieänderung pro Zeiteinheit angibt, mit der elektromagnetische Energie im umfassten Volumen  $V$  dem elektromagnetischen System entnommen wird bzw. ihm verloren geht, z.B. in thermische oder mechanische Energie umgewandelt wird oder aus anderen Energieformen entsteht.

$$P = \oint_A \vec{S} \cdot \vec{e}_n dA = \int_V \text{div} \vec{S} dV$$

-- P ist negativ, wenn im umschlossenen Volumen elektromagnetische Energie verbraucht, d.h. in eine andere Energieform (z.B. in thermische oder mechanische Energie) umgeformt wird.

-- P ist positiv, wenn im umschlossenen Volumen elektromagnetische Energie (etwa aus thermischer, chemischer oder mechanischer Energie) erzeugt wird.

Diese Grundprinzip kann als universell gültig angesehen werden und soll im folgenden an einigen Beispielen betrachtet werden, um zu zeigen, dass auch ohne eine Interpretation des Poynting-Vektors  $S$  selber wertvolle Aussagen gemacht und wichtige Erkenntnisse gewonnen werden können.

<sup>1</sup> Entwurf zu einer Neufassung von DIN 1324-1, Eintrag 10.2 Poynting-Vektor  $S$

<sup>2</sup> Auf der Sitzung hatte ich begonnen, diese Gedanken anhand von Graphiken zu verdeutlichen. Hier möchte ich sie schriftlich fixieren und ergänzen.

<sup>3</sup> z.B. Stöcker, S. 372 f

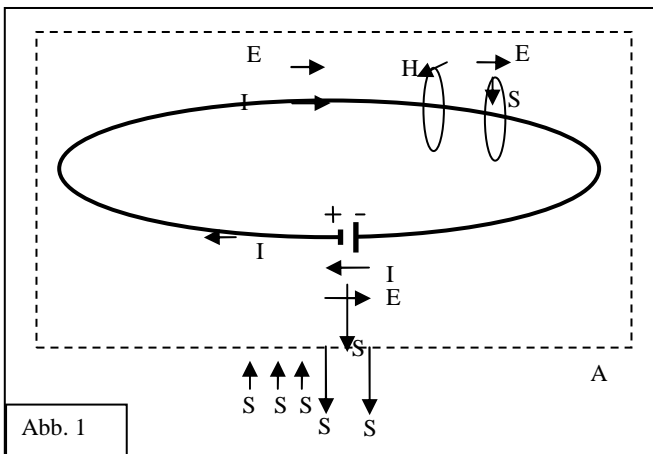
<sup>4</sup> J.H. Poynting, Philos. Trans. R. Soc. London 175, 343 (1884)

# 1 Statische Felder

## 1.1 Ein Gleichstromkreis

Für Statische Felder lässt sich Poyntings Grundprinzip sehr schön am Beispiel eines Gleichstromkreises<sup>5</sup> zeigen, der aus einer Batterie und einem Widerstandsdraht gebildet wird (s. Abb. 1):

- ein Strom  $I$  fließt durch Draht und Batterie in gleicher Richtung;
- der Strom  $I$  erzeugt ein Magnetfeld  $H$ , das im gesamten Stromkreis konzentrisch um den Draht, bzw. die Batterie liegt;
- am Widerstandsdraht erzeugt der Strom  $I$  einen gleichmäßigen Spannungsabfall, der zu einem gleichgerichteten Elektrischen Feld  $E$  (in unmittelbarer Nähe des Drahtes) führt;
- an der Batterie ist das  $E$ -Feld entgegengesetzt gerichtet;
- der Poynting-Vektor  $S$  steht dann am Widerstandsdraht stets in Richtung auf den Draht, bei der Batterie zeigt er nach außen.

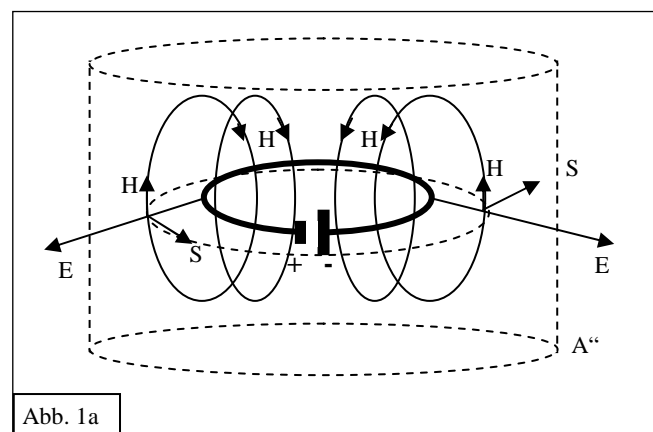


Legt man eine Fläche  $A$  (als gestricheltes Rechteck eingezeichnet) um die gesamte Anordnung, ist das Integral von  $S$  über die Fläche null, solange die Fläche das gesamte System umfasst; die nach innen und nach außen zeigenden Vektoren addieren sich zu Null. Dabei ist es ohne Bedeutung wie groß die Hüllfläche gemacht wird, liegt sie eng an, ist die Fläche klein, das Magnetfeld  $H$  entsprechend groß; ist sie weiter entfernt ist der Betrag von  $A$  größer, die magnetische Feldstärke  $H$  und damit  $S$  entsprechend geringer. Dass das Elektrische Feld  $E$  auch noch vom Abstand vom Draht abhängt und das Magnetfeld  $H$  einen recht komplizierten Verlauf zeigt soll hier nicht berücksichtigt werden.

## 1.2 Das Fernfeld der Stromschleife

Im Fernfeld zeigt sich diese Anordnung als Magnetischer Dipol; die elektrischen Felder heben sich im wesentlichen auf.

Legt man die Stromschleife zusätzlich auf ein (beliebiges!) elektrisches Potential gegenüber seiner Umgebung, erhält man eine in der Literatur gern als Gegenargument<sup>6,7</sup> benutzte Anordnung (Abb.



1.a), in der  $S$  auf konzentrischen Ringen um die Achse des Dipols „kreist“. Betrachtet man eine beliebige Hüllfläche  $A$ , findet man insgesamt keinen resultierenden Energiefluß. Dies gilt natürlich auch für jede andere geschlossene Fläche, die die Stromschleife nicht schneidet. Tatsächlich handelt sich hier um ein abgeschlossenes System, das keinen Energieaustausch mit seiner Umgebung hat.

Der „Energiefluss“ ist stets  $P = 0$

<sup>5</sup> Ein ähnliches Beispiel findet man im Originalbeitrag von Poynting (1884)

<sup>6</sup> R. Feynman: Lectures on Physics

<sup>7</sup> "The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism", by Sir James Jeans, published by Cambridge University Press in the fifth edition of 1933. Page 519.

### 1.3 Erzeuger und Verbraucher

Legt man, wie in Abb. 2, die Hüllfläche so, dass die Batterie nicht umfasst wird, zeigt der Poynting Vektor  $S$  fast überall nach innen. Das Integral über die Hüllfläche  $A'$  verschwindet nun nicht mehr und besteht aus 2 Teilen:

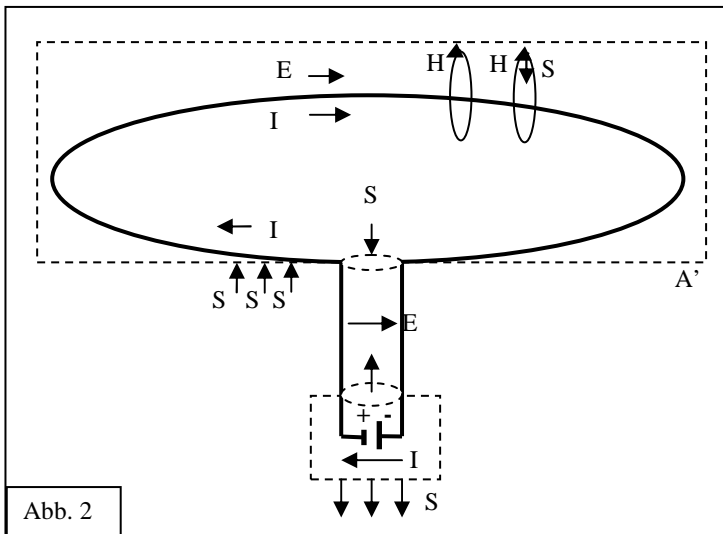


Abb. 2

Poynting-Vektoren die einen „Energiefluss“ in den Widerstandsdraht hinein zeigen und einem kleinen Anteil an der Einkoppelstelle, der heraus zeigt. Letzterer wird beliebig klein, wenn die Batterie genügend weit entfernt wird, da der das zugehörige H-Feld erzeugende Strom weit entfernt ist.

An den Zuleitungen, die widerstandslos sein sollen, entsteht kein E-Feld in Leitungsrichtung sondern nur zwischen den Leitern, das zwar hohe Werte annehmen kann, die magnetischen Felder stehen aber nun so, dass die resultierenden Poynting-Vektoren senkrecht zu den

Zuleitungen stehen und sich auf einer Hüllfläche um die Zuleitung herum gegenseitig aufheben.

Für eine Hüllfläche um die Batterie ergeben ähnliche Überlegungen, dass  $S$  im wesentlichen nach außen zeigt und das Integral darüber den entgegengesetzten Wert annimmt.

Eine Hüllfläche um die beiden (oder eigentlich 3) Systeme liefert dann wieder den Wert null.

Das Integral von  $S$  über die Fläche, die den Widerstandsdraht umspannt, ergibt die elektrische Leistung  $P$ , mit der der Draht erwärmt wird.

Das Integral über die Hüllfläche, die die Batterie umgibt ergibt die Leistung, die von der Batterie geliefert wird.

Tatsächlich fließt keine Energie durch diese Hüllflächen als gesamtes, der einzige wirkliche Energiefluß erfolgt durch die kleinen Bereiche, wo die Zuleitungen die Hüllflächen durchdringen<sup>8</sup>.

### 1.4 Die Energiesenke

Betrachtet man nun noch einmal den leistungsverbrauchenden Widerstandsdraht und verkleinert die Hüllfläche um ihn so dass sie den Widerstandsdraht schneidet, ergibt das Integral von  $S$  über diese Fläche  $A''$  genau den Energieverbrauch, der im betreffenden Drahtstück erfolgt. (Diese Einkerbung dürfte auch noch sinnvoll sein, wenn sie bis in die Drahtsubstanz hinein führt.)

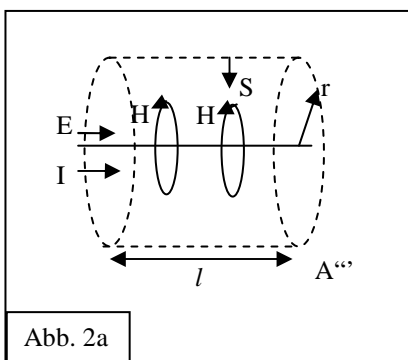


Abb. 2a

Betrachtet man das Beispiel in Abb.2a als Ausschnitt aus einem genügend langen Draht, mit dem Ohmschen Widerstand  $R$ , der vom Strom  $I$  durchflossen wird, so wird mit

$$P = \oint_A \vec{S} \cdot \vec{e}_n dA \quad P = - S \cdot 2\pi r \cdot l + 0$$

(auf dem Zylindermantel steht  $S$  senkrecht, antiparallel zur nach außen zeigenden Flächennormalen, die Beiträge von den Stirnflächen verschwinden, da hier  $S$  in der Fläche liegt, also senkrecht zum Normalenvektor  $e_n$  steht). Mit  $S = E \cdot H$ ,  $E = U/l$ ,  $U = R \cdot I$ .  $H = I/(2\pi r)$  wird

$$P = - (R \cdot I/l) \cdot (I/2\pi r) \cdot 2\pi r \cdot l = - R \cdot I^2$$

Hier wirkt der Leiter mit endlicher Leitfähigkeit als Senke und bestimmt maßgeblich den Energiestrom, die Leistung  $P$ , die in Wärme umgesetzt wird.

<sup>8</sup> [Jack] Fig. 6.6 auf S.243

Verlängert man diese Hüllfläche als dünnen Schlauch um den gesamten Widerstandsdraht, erhält man die gesamte hier verbrauchte, besser gesagt in thermische Energie umgesetzte Leistung.

Eine Festlegung wäre noch notwendig: Das Vorzeichen!

Nimmt man wie üblich die Richtung des Normalenvektors  $e_n$  der Hüllfläche nach außen an, dann wird das Flächenintegral von  $S$  über die Hüllfläche, die den Widerstandsdraht umgibt, und die damit ausgedrückte Leistung  $P$  negativ.

Beim Hüllenintegral über die Batterie erhält man einen positiven Wert.

## 1.5 Der abgeschirmte Stromkreis

Dass das Poyntingsche Grundprinzip unabhängig von der Form der elektromagnetischen Felder stets

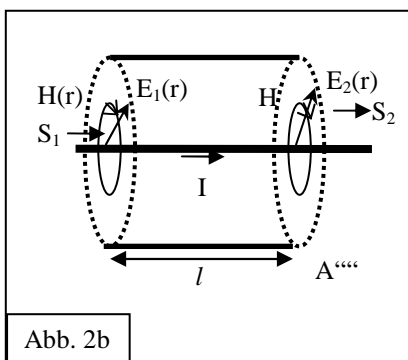


Abb. 2b

das Gleiche ergibt, soll an einem Gleichstromkreis betrachtet werden, bei dem um den Widerstandsdraht eine Abschirmung gelegt wird, ähnlich wie bei einem Koaxialkabel. Damit wird erreicht, dass außerhalb der Abschirmung kein elektrisches Feld  $E$  herrscht, hier also  $S=0$  und jedes Hüllenintegral darüber ebenfalls null ist.

Das Magnetfeld  $H$  wird dabei nicht verändert, denn in der Abschirmung, die man sich an einer beliebigen Stelle mit dem Stromkreis verbunden (geerdet) denken kann, fließt kein Strom.

Betrachtet man wieder (s. Abb. 2b ähnlich wie in Abb. 2a) einen Ausschnitt aus der abgeschirmten Leitung, der durch einen kon-

zentrischen Zylinder gegeben ist, dann stehen die Poynting-Vektoren  $S$  ganz anders:

- Das  $E$ -Feld steht radial (z.B. nach außen), sein Betrag lässt sich beschreiben zu

$$U_1(r) = U_1 / (r \cdot \ln(r_2/r_1)),$$

dabei ist  $U_1$  die Potentialdifferenz des Stromleiters zur Abschirmung,  $r_2$  der Radius der Abschirmung,  $r_1$  der des Stromleiters.

- Das Magnetfeld ist auf beiden Flächen konzentrisch angeordnet und betragsmäßig gegeben durch

$$H = I / (2\pi r)$$

- Der Poynting-Vektor  $S_1$ , der auf der Eintrittsfläche entgegen der Flächennormalen steht, hat einen Betrag  $S_1(r) = I \cdot U_1 / (2\pi r^2 \ln(r_2/r_1))$ . Sein Integral über die Eintrittsfläche ist

$$-P_1 = \int S_1(r) 2\pi r dr = \int I \cdot U_1 / (2\pi r^2 \ln(r_2/r_1)) 2\pi r dr = I \cdot U_1 / (\ln(r_2/r_1)) \int r^{-1} dr = I \cdot U_1$$

Für die Austrittsfläche, wo  $S$  in Richtung der Flächennormale steht, erhält man entsprechend

$$P_2 = I \cdot U_2.$$

Auf den Zylinderwandflächen ist  $S=0$ , so ergibt sich die im Innern verbrauchte Leistung  $P = P_2 + P_1 = I \cdot (U_2 - U_1)$ , wobei nach dem Ohmschen Gesetz  $U_2 - U_1 = I \cdot R$  ist. Da  $U_2 < U_1$  (im Extremfall kann  $U_2 = 0$  an der Stelle sein, wo die Abschirmung geerdet ist), wird  $P < 0$ , und wir erhalten hier das gleiche Ergebnis wie beim ungeschirmten Leiter.

## 1.6 Folgerungen

- Im Falle von Statischen Feldern ist stets eine geschlossene Hüllfläche notwendig, und nur das Integral von  $S$  über diese Hüllfläche, nicht der Poynting-Vektor  $S$  selber, macht einen Sinn.

- Der Ort, wo der Energiefluß tatsächlich stattfindet, kann durch den Poynting-Vektor gar nicht bestimmt werden.

- Das Vorzeichen für  $P = \oint_A \vec{S} \cdot \vec{e}_n dA = \int_V \text{div} \vec{S} dV$  läßt sich eindeutig festlegen zu:

--  $P$  ist negativ, wenn im umschlossenen Volumen elektromagnetische Energie verbraucht, d.h. in eine andere Energieform (z.B. in thermische oder mechanische Energie) umgeformt wird.

--  $P$  ist positiv, wenn im umschlossenen Volumen elektromagnetische Energie (etwa aus thermischer, chemischer oder mechanischer Energie) erzeugt wird.

## 2 Wechselfelder

### 2.1 Der Wechselstromkreis

Ersetzt man in der bisher betrachteten Anordnung (Abb. 1) die Batterie durch eine Wechselstromquelle, dann wird in allen Fällen  $I=I(t)$ ,  $E=E(t)$ ,  $H=H(t)$ ,  $S=S(t)$  und  $P=P(t)$ .

In 0. Näherung sind die für Gleichstrom gezeigten Felder nun Momentaufnahmen der Wechselfelder.

In 1. Näherung kommt ein Beitrag zur elektrischen Feldstärke aus dem Induktionsgesetz, der 1. Maxwellgleichung ( $\text{rot } E = -dB/dt$ ), hinzu. Die Induktionsspannung ist  $U_{\text{ind}} = -L dI/dt$ , die an allen Abschnitten ein elektrisches Feld mit der Stärke  $E_{\text{ind}} = dU_{\text{ind}}/ds$  erzeugt. Es steht am Widerstandsdraht und an der Stromquelle in gleicher Richtung, so dass es in diesen beiden Abschnitten keinen gegensätzlichen Beitrag liefert. Dadurch wird z.B. im Hüllintegral über die Gesamtanordnung (Abb. 1) der Gesamtwert von P nicht mehr null, sondern ändert sich zeitlich mit wechselndem Vorzeichen. - Der Gleichstromverlust im Draht soll im folgenden vernachlässigt werden.

Setzt man wie üblich einen kosinusförmigen Verlauf, also z.B.  $I = I_0 \cos(2\pi ft)$  an, wird die zeitliche Ableitung  $dI/dt = I_0 2\pi f \sin(2\pi ft)$  um  $90^\circ$  phasenverschoben und der zusätzliche Betrag des Poynting-Vektors erhält eine  $\cos \cdot \sin = \frac{1}{2} \sin(2\pi 2ft)$  Funktion, die mit der doppelten Frequenz  $2f$  Werte zwischen  $-\frac{1}{2}$  und  $+\frac{1}{2}$  annimmt.

Die Leistung P folgt diesem Verlauf nur, wenn auf der Integrationsfläche A in allen Punkten Phasengleichheit herrscht. Phasengleichheit herrscht nur auf ganz bestimmten Hüllflächen und näherungsweise auch dann, wenn die lineare Abmessung des betrachteten Volumens klein gegen die Wellenlänge  $\lambda = c/f$  sind. Für die exakte Lösung wäre die Wellengleichung zu lösen.

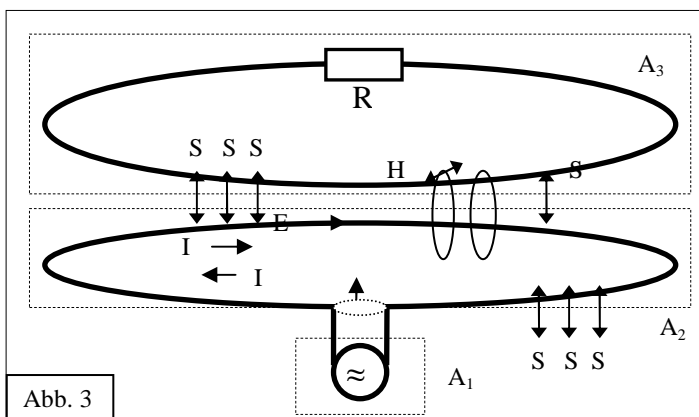


Abb. 3

Die mittlere Leistung, der Effektivwert von P, der durch zeitliche Mittelwertbildung (geeignete Integration über die Zeit) erhalten wird, nimmt jedoch immer den Wert 0 an.

Bei diesen Überlegungen ist stets vorausgesetzt worden, dass im Außenbereich des betrachteten Systems keine Verluste der austretenden Felder erfolgen.

Diese könnte man in einem angekoppelten Induktionskreis betrachten, der wieder einen Verbraucher darstellen kann (Abb. 3).

Im Gesamtvolumen muss wieder der Energieerhaltungssatz gelten und die Summen der Leistungen im Zeitmittel null werden.

### 2.2 Das Außenfeld

Als Außenfeld soll hier der Bereich definiert sein, der von der Stromschleife weit entfernt im Vergleich zu deren geometrischen Abmessungen, aber nah im Vergleich zur Wellenlänge  $\lambda = f/c$  ist. (Bei technischen Wechselströmen mit  $f = 50$  Hz sind dies ja 6 000 km.).

Im Außenfeld erscheint nun nicht nur ein oszillierender magnetischer Dipol, sondern auch elektrische Felder, die die Achse des Dipols kreisförmig umgeben (Hertz'scher Dipol).

Die elektrischen Feldlinien liegen hier stets in Ebenen, deren Normalen in Richtung der Achse liegen, bzw. die parallel zur Ebene des Kreisstroms sind.

Die magnetischen Feldlinien haben einen komplizierteren räumlichen Verlauf (vgl. Jackson, S.478). Ihre Richtungsverteilung ist rotationssymmetrisch um die Dipolachse, während ihre Amplitude nur ganz grob der bekannten  $\cos^2 \theta$ -Verteilung folgend in Achsenrichtung null wird und etwa mit  $1/r^5$  abnimmt.

Zeitlich sind die elektrischen und magnetischen Felder in diesem Bereich noch um  $T/4$  phasenverschoben, so dass die Poynting-Vektoren oszillieren und im Mittel kein Energieverlust zu finden ist. Wegen der angenommen niedrigen Frequenz des Wechselstroms können Abstrahlungen (deren Intensität mit  $f^4$  ansteigt) hier vernachlässigt werden.

### 2.3 Der abgeschirmte Wechselstromkreis

Wir betrachten nun einen abgeschirmten Draht, der an die Wechselstromquelle angeschlossen wird. Dessen Abschirmung darf aber im Gegensatz zum Gleichstromfall nicht geschlossen sein, sondern muß mindestens an einer Stelle offen sein, um keinen „Windungsschluß“ zu provozieren, der das gesamte induzierte elektrische Feld zusammenbrechen lassen würde. Dann beschränkt sich das induzierte elektrische Feld  $\mathcal{E}$  auf den Spalt in der Abschirmung. Dort steht es in Richtung des Drahtes und bildet das Feld eines (oszillierenden) elektrischen Dipols, während die magnetischen Feldlinien überall den Draht umschlingen (auch dort, wo er abgeschirmt ist). Das Feld der Poynting-Vektoren ist damit auf die Umgebung des Spalts konzentriert und bildet dort (im Nahfeld) eine Art Dipolfeld, dessen Achse in Drahrichtung verläuft.

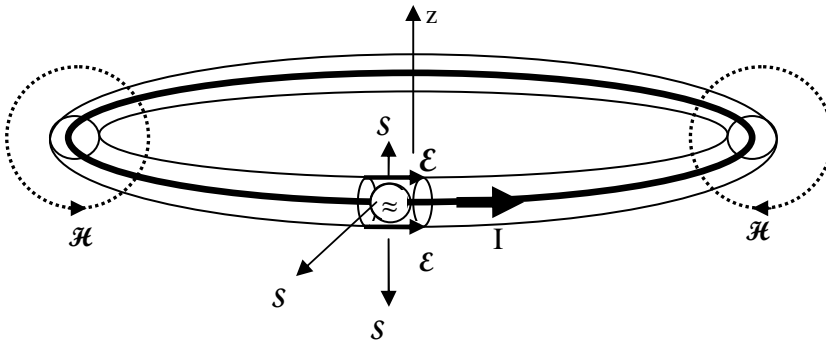


Abb. 4: Eine abgeschirmte Leiterschleife die von einer Wechselstromquelle gespeist wird zeigt einen recht komplizierten Feldverlauf. Die Abschirmung muß eine Lücke aufweisen, damit kein Kurzschlußstrom induziert wird. Die Quelle muß nicht unbedingt am Ort der Lücke liegen.

Aus einiger Entfernung betrachtet haben wir nun fast das komplementäre Feld gegenüber der unabgeschirmten Drahtschleife: einen schwingenden elektrischen Dipol, der von magnetischen Kreislinien umgeben ist. Auf eine quantitative Betrachtung soll hier verzichtet werden.

Qualitative Unterschiede sind leicht einsichtig:

Das elektrische Feld ist ein Dipolfeld, quer zur Achse der Stromschleife.

Das H- bzw. B-Feld, das für den Induktionsfluss zuständig ist, entspricht genau dem unabgeschirmten Fall; und wird in einer Induktionsschleife, die als Verbraucher angekoppelt sein mag, die gleiche Leistung erbringen.

Das S-Feld ist höchst komplex, weist aber auch Komponenten in Achsenrichtung auf.

Entscheidend ist, dass auch hier E- und H-Feld in ihrem Zeitverlauf um  $T/4$  phasenverschoben sind und kein Energietransport nach aussen erfolgt.

Tatsächlich erscheinen in diesem Bereich wie auch im unabgeschirmten Fall, geringe Phasenverschiebungen, deren Beitrag mit  $f^4$  zunehmen und wegen einer anderen Radialabhängigkeit ( $1/r^2$ ) erst im Fernfeld wirksam werden und zur Abstrahlung führen.

Fazit: Hier kann man kaum einen exakten Ort angeben, wo der Energiefluß stattfindet; die Poynting-Vektoren geben keine Auskunft darüber. Entscheidend ist und bleibt das Hüllenintegral.

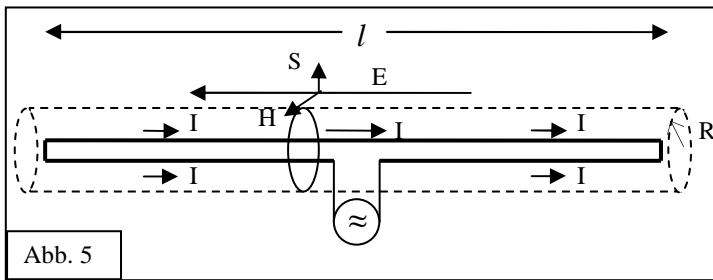
### 3 Wellen

Bei elektromagnetischen Wellen sind 2 unterschiedliche Bereiche zu betrachten:

1. Das Nahfeld, in der Regel etwa bis zum Abstand einer Wellenlänge von der Quelle (Sender),
2. Das Fernfeld, in der Regel sehr viel weiter entfernt von der Quelle als eine Wellenlänge

#### 3.1 Das Nahfeld eines Senders

Betrachtet man die Felder in der Umgebung eines Senders, z.B. in der Form einer resonanten Dipolantenne ( $l = \lambda/2$ )<sup>9</sup>, hat man vergleichbar komplexe Felder wie im Aussenbereich der Wechselstromkreise; hier ist es notwendig die Integrationsflächen sorgfältig auszuwählen um Phasengleichheit zu haben.



Betrachtet wird zunächst ein sehr enger Schlauch ( $R < \lambda/2$ ) um die Antenne (Bild 5). In diesem Gebiet können dieselben Überlegungen angestellt werden, wie beim Wechselstromkreis; U und I sind zeitlich um  $90^\circ$  phasenverschoben, damit auch E- und H-Feld und die Leistungsbilanz wäre null, d.h. es erfolgt gar keine Abstrahlung

von Energie. Tatsächlich sind die Verhältnisse hier sehr viel komplexer: wegen der endlichen Laufgeschwindigkeiten breiten sich die Ströme und Ladungen nicht gleichförmig aus; der Strom bzw. die Stromdichte ist hier nicht mehr örtlich konstant, sondern folgt in 1. Näherung einer Sinusverteilung auf den Leitern.<sup>10</sup> Die Verluste durch die Abstrahlung von Energie, die Strahlungsdämpfung, macht deren Verlauf noch komplizierter.

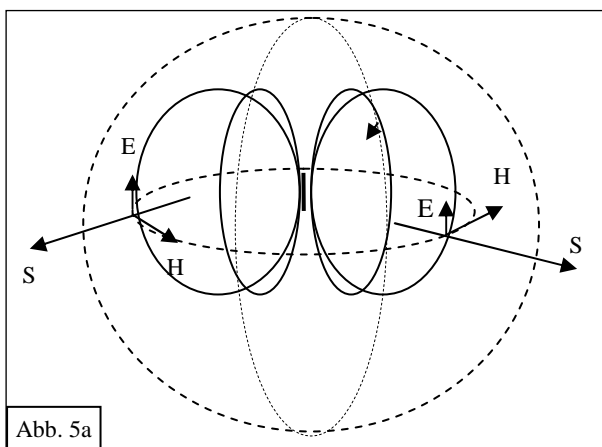
Die von der Antenne erzeugten magnetischen und elektrischen Felder müssen unter Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit aufintegriert werden.

Die höchst komplexen Formeln findet man bei Jackson S. 391ff, 401 ff.

Dort wird auch gezeigt, wie sich die  $90^\circ$  Phasenverschiebung im Nahfeld auf  $0^\circ$  im Fernfeld ändert und E- und H-Feld in Phase kommen.

#### 3.2 Das Fernfeld

Das Feldlinienbild entspricht dem eines elektrischen Dipols, ähnlich dem des Magnetischen Dipols aus Abb. 1a. Die Felder E und H stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, so dass der Poynting-Vektor stets in Ausbreitungsrichtung zeigt (von Verzerrungen in Festkörpern, insbesondere in Kristallen, soll hier einmal abgesehen werden.)



Zunächst gilt auch hier, dass das Integral von S über eine geeignete Hüllfläche die die Quelle umfasst, gleich der von ihr abgegeben mittleren Leistung P ist. Eine geeignete Fläche ist in diesem Fall eine konzentrische Kugel um die Quelle, da in genügender Entfernung von einer Quelle alle Wellenausbreitung als kugelförmig angenommen werden kann. Die Senke der elektromagnetischen Energie liegt außerhalb dieser Hüllfläche und wird in der Regel als unendlich weit entfernt angenommen, so dass diese Senke keine Rückwirkung auf die Wellenfronten hat. Dass dies ein Idealfall ist, zeigen viele so genannte Paradoxien, bei denen z.B. Hindernisse (Spalt) oder

Spiegel oder der Brennpunkt einer Linse eine Rolle spielen<sup>11</sup>.

<sup>9</sup> Es ist hier nicht von Ausschlag gebender Bedeutung, ob ein offener oder ein Faltdipol betrachtet wird.

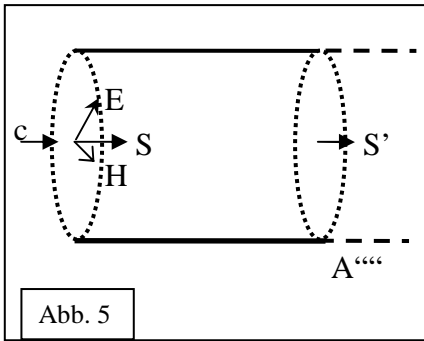
<sup>10</sup> vgl. [Jack] S. 391 ff

<sup>11</sup> H.F. Schouten, T.D. Visser, G. Gbur, D. Lenstra and H. Blok, "Creation and annihilation of phase singularities near a sub-wavelength slit", Optics Express 11 (2003), 371. 78

### 3.3 Lichtstrahlen

Klare Verhältnisse erhält man bei einer freien elektromagnetischen Welle, also einer Welle, die in ihrer Ausbreitung durch keinerlei Hindernisse oder Reflektoren gestört wird. Betrachtet man dazu einen Zylinder oder sonstiges säulen- oder kegelstumpfförmiges Gebilde ( $A''''''$ ), dessen Stirnfläche in Ausbreitungsrichtung der Welle steht, dessen Seitenflächen in Ausbreitungsrichtung  $c$  verlaufen und dessen Endfläche weit entfernt liegt, dann ist

- auf der Stirnfläche (beliebiger Größe) das Flächenintegral  $\int S dA$  negativ zu nehmen, da hier der Flächenvektor ins Innere des betrachteten Volumens zeigt.
- auf den Seitenflächen ist das Integral überall null, da  $S$  und Flächennormale senkrecht aufeinander stehen.
- auf der Endfläche ist  $S' = 0$ , da entweder die Energie inzwischen absorbiert wurde und  $E=H=0$  ist,



oder die Welle die Endfläche (etwa wegen der kontinuierlichen Ausdehnung des Raumes) noch gar nicht erreicht hat.

Das Gesamtintegral ist negativ, wie es sich für den Verbrauch von elektrischer Energie gehört.

In diesem Fall, und nur in diesem, kann man dem Poynting-Vektor eine Energiestromdichte zuschreiben.

In allen andern Fällen muss man eine geeignete Hüllfläche suchen, die das zu betrachtende Volumen einschließt.

## 4 Der Poynting-Vektor und der elektromagnetische Impuls

Der Vektor  $\vec{p}_v = \frac{\vec{S}}{c^2} = \vec{D} \times \vec{B}$  wird als elektromagnetische Impulsdichte<sup>12</sup> definiert.

Er unterscheidet sich vom Poynting-Vektor nur durch einen Faktor  $1/c^2$ .

Das Integral über ein Volumen  $V$  ist dann der Gesamtimpuls des elektromagnetischen Feldes

in diesem Volumen:  $\vec{p} = \frac{1}{c^2} \int_V \vec{S} dV = \int_V (\vec{D} \times \vec{B}) dV = \oint_S \sum_j \sigma_{ij} e_j dA$

der sich wieder durch ein Hüllenintegral über eine Größe höherer Stufe, den Maxwell'schen Spannungstensor  $\sigma_{ij} = T_{ij}$  (vgl. Gl. 92 in RS 111.0.1\_2005-0032) berechnen lässt<sup>13</sup>.

Hier wird eine Größe höherer Stufe, der räumliche Anteil des Energie-Impuls-Tensor  $T$ , dessen reale Bedeutung nicht so leicht einsichtig ist, zur Vermittlung zwischen 2 Vektorgrößen herangezogen. Die Randkomponenten von  $T$  bilden den Poynting-Vektor, der zwischen skalaren Größen vermittelt.

### Literatur:

[Poy] J. H. Poynting: On the Transfer of energy in the electromagnetic Field. Philos. Transactions of the Royal Society of London 175 (1884) p.343

[Jack] J.D. Jackson: Classical Electrodynamics. 2<sup>nd</sup> ed. 1975 by Wiley and Sons.

sowie J.D. Jackson: Klassische Elektrodynamik. 3. Aufl. 2002 bei W. De Gruyter

[Stö] Horst Stöcker: Physik. 4. Auflage 2000 bei Harry Deutsch, Ffm.

[Fis] Joh. Fischer: Elektrodynamik. 1976 bei Springer.

[Wie] W. Wiesbeck: Antennen und Antennensysteme. Skriptum zur Vorlesung. Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik Universität Karlsruhe (TH). [www.ihe.uni-karlsruhe.de](http://www.ihe.uni-karlsruhe.de)

[Gbur] Greg Gbur: Wiener's experiment. University of North Carolina at Charlotte.

[www.physics.uncc.edu/PhysStaff/gjgbur/coursepages/6271assets/lecture06-energy.pdf](http://www.physics.uncc.edu/PhysStaff/gjgbur/coursepages/6271assets/lecture06-energy.pdf)

<sup>12</sup> DIN 1324-1 Eintrag 10.3

<sup>13</sup> [Jack] Abschnitt 6.7